



Artículos

- [Los sistemas dinámicos en Venezuela](#)
- [Introducción: Un ápice sobre el nacimiento de la disciplina](#)
- [¿Qué son los sistemas dinámicos?](#)
- [Los sistemas dinámicos en Venezuela](#)
- [Perogrulladas y desiderátum](#)
- [Referencias](#)

Neptalí Romero

Departamento de Matemáticas,
Decanato de Ciencias y Tecnología
Universidad Centroccidental Lisandro
Alvarado, Barquisimeto

Asociación Venezolana para el Avance de la Ciencia

Los sistemas dinámicos en Venezuela

Fecha de recepción: 01/02/2023

Fecha de aceptación: 13/03/2023

LXXII CONVENCION ANUAL DE AsoVAC "Ciencia y Arte: dos caminos para el progreso."
Facultad de Ciencias de la UCV

Este artículo corresponde a una charla dada por el autor durante la celebración del evento Fronteras de la Ciencia en el marco de la Convención anual de AsoVac 2022

Palabras Claves: Sistema dinámico, dinámica continua, dinámica discreta

Abstract

This article corresponds to a talk given by the author during the Frontiers of Science event at the AsoVac 2022 Annual Convention.

Key Word

Dynamic system, continuous dynamics, discrete dynamics

Introducción: Un ápice sobre el nacimiento de la disciplina

Realmente la historia de los sistemas dinámicos está muy bien documentada, así que estas líneas apenas dibujan una muy pequeña parte de ella; ver por ejemplo [1], [2], [3], [4].

El inicio. La teoría moderna de los sistemas dinámicos se deriva de la simbiosis entre la física y la matemática, más específicamente se origina de los trabajos del polímata francés Henri Poincaré (1854 - 1912) contenidos en tres volúmenes intitulados "*Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*" publicados en los años 1892, 1893 y 1899. Una versión reducida de ellos es la monografía "*Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*" publicada en 1889, este es un singular y extenso artículo con el cual Poincaré gana un premio ofrecido por el Rey Oscar II de Suecia y Noruega para celebrar su cumpleaños número sesenta. En esas disertaciones Poincaré demostró que el problema de los tres cuerpos, el cual consiste en determinar en cualquier instante de tiempo las posiciones y velocidades de tres cuerpos, posiblemente de diferentes masas, cuyas interacciones se rigen por la gravitación universal, no puede ser resuelto mediante los métodos tradicionales. Ello lo condujo a crear nuevas herramientas basadas en el análisis matemático, la topología y la geometría a través de las cuales establece los fundamentos del análisis local y global de ecuaciones diferenciales no

lineales; allí se incluye, entre muchas otras cosas, el uso de una especial transformación para el estudio de movimientos periódicos; gran parte de los elementos matemáticos introducidos por Poincaré en esas publicaciones constituyen lo que en la actualidad conforman la teoría cualitativa o geométrica de las ecuaciones diferenciales ordinarias. Destacamos resaltar que el problema de los tres cuerpos, y en general el problema de los n cuerpos, continúa siendo objeto de estudio para matemáticos y físicos.

La consolidación. Los aportes que hiciera Poincaré a la nueva disciplina que estaba naciendo, en especial aquellas contribuciones que condujeron a detectar obstrucciones a la integración de ciertas ecuaciones diferenciales ordinarias, así como sus inquietudes sobre el tema, fueron fuentes de motivación e inspiración para el posterior desarrollo del área, lo que podría decirse ocurre entre las décadas de 1930 y 1960. Aunque bien es cierto que la teoría moderna de los sistemas dinámicos ha tenido un rápido crecimiento, aún es un campo o disciplina no completamente definida. En esa etapa de consolidación se destacan inicialmente los aportes del matemático estadounidense George David Birkhoff (1884 - 1944) que luego fueron extendidos por el también estadounidense Stephen Smale (1930 -), este último fundador de la importante escuela de sistemas dinámicos diferenciales en Berkeley, California. En esa misma época son relevantes las contribuciones de la escuela matemática soviética, en primer lugar los aportes de Alexander Andronov (1901 - 1952) y Lev Pontryagin (1908 - 1988) y posteriormente los de varios matemáticos de la llamada escuela de Moscú, entre los que resaltan: Andréi Kolmogórov (1903 - 1987), Vladímir Arnold (1937 - 2010), Dmitri Anósov (1936 - 2014) y Yákov Sinái (1935 -).

¿Qué son los sistemas dinámicos?

En un contexto muy general, cuando se diserta sobre la noción de sistema dinámico no solo se refiere al movimiento de cuerpos celestes o de sistemas mecánicos, sino que se está tratando sobre los cambios que ocurren en los estados de un sistema en particular cuando el tiempo transcurre; debe ser entendido en tal caso que un sistema es un conjunto de elementos que de alguna forma se relacionan entre sí para ciertos fines u objetivos. Bajo una concepción tan amplia, encontramos sistemas dinámicos por doquier y por supuesto en casi cualquier campo de la ciencia. En esta visión se incluyen por ejemplo: las variaciones en las bolsas de valores y variables económicas, los cambios que ocurren en el número de individuos en una población, las variaciones climáticas, los cambios en la concentración de sustancias en reacciones químicas, así como aquellos en las variables fisiológicas en la biología o la medicina. Para los matemáticos la noción de sistema dinámico es un poco más específica y técnica en su concepción abstracta, veamos una aproximación de ello. Comencemos considerando un conjunto T que mide el tiempo; de forma simplificada, T puede ser el conjunto de los números reales no negativos o el propio conjunto de números reales si se piensa en que el tiempo transcurre de manera continua; sin embargo, al pensar en una evolución temporal discreta, T es el conjunto es constituido por todos los números naturales: $0, 1, 2, \dots$, o bien por el conjunto de todos los números enteros. Adicional a T se considera un conjunto E , denominado conjunto de estados o espacio de fase; en este conjunto se representan los posibles estados del sistema. Sobre el producto cartesiano $T \times E$ (sus elementos son pares ordenados (t,x) , t en T y x en E) se define una ley que rige los cambios de estado; esto es una correspondencia $L : T \times E \rightarrow E$ que asigna a cada par (t,x) un nuevo estado $L(t,x)$, el cual define el estado al que ha evolucionado el estado x una vez transcurrido el tiempo t . Ahora bien, esta ley L no es cualquier correspondencia, ella debe respetar ciertas propiedades:

a) Si el tiempo no transcurre, entonces el estado no varía; esto significa que $L(0,x) = x$ cualquiera sea el estado x en E .

b) Dado un estado x arbitrario en E , su evolución una vez transcurrido el tiempo $s + t$; esto es $L(s + t, x)$, es idéntica a la evolución del estado $L(t, x)$ cuando el tiempo s ha transcurrido; esto significa que se cumple la identidad $L(s + t, x) = L(s, L(t, x))$.

En estos términos, un sistema dinámico es un triplete (T, E, L) formado por el tiempo, el conjunto de estados y la ley que rige los cambios de estado y sujeta a las condiciones a) y b) arriba descritas. Cuando el tiempo es medido de manera continua, el sistema dinámico se dice continuo, y es llamado discreto cuando el tiempo transcurre o es medido de manera discreta. En el primer caso la totalidad de las evoluciones de cualquier estado determina una curva en el espacio fase: *órbita o trayectoria del estado*. En el caso discreto, esa totalidad de estados define una sucesión de puntos en el espacio fase, también es llamada órbita o trayectoria del estado. En cualquiera de sus escenarios, continuo o discreto, el objetivo macro de los sistemas dinámicos es el de hacer una descripción (topológica, geométrica o probabilística) de la

evolución temporal de sus órbitas, intentando en cierta forma predecir el comportamiento asintótico de las órbitas.

Tras la etapa de consolidación de la teoría, la particular simbiosis a la que hacíamos referencia al inicio no ha sido única para su crecimiento y desarrollo, otras relaciones se han establecido y aún se producen, lo que ha conducido a considerar los sistemas dinámicos como una importante fuente de relaciones interdisciplinarias haciendo de la teoría una potente herramienta para modelar distintos fenómenos en diversas ciencias, ello a pesar que esta teoría no aborda fenómenos específicos ni propone modelos particulares de la realidad; es, más bien, un conjunto de métodos o herramientas matemáticas para analizar y describir el comportamiento asintótico de soluciones de ciertas ecuaciones diferenciales o de iteraciones de ciertas transformaciones.

Los sistemas dinámicos en Venezuela

En cuanto a los sistemas dinámicos en Venezuela, no existe duda alguna que durante la época de consolidación de la teoría de los sistemas dinámicos a nivel mundial habían en el país algunos investigadores (en especial ingenieros, físicos y matemáticos) cuyos trabajos de investigación tenían como marco las ecuaciones diferenciales. El corto relato de esta historia de los sistemas dinámicos en el país la hemos dividido en dos sucintas etapas, la primera de ellas entre el último tercio de la década de 1970 y mediados de la década de 1980 y a continuación la segunda hasta el presente.

Durante la primera etapa se conformaron en el país varios grupos de investigación en sistemas dinámicos (continuos y discretos) en la Universidad del Zulia (LUZ), Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado (UCLA), Universidad Central de Venezuela (UCV), Universidad de Los Andes (ULA) y Universidad Simón Bolívar (USB), en su mayoría matemáticos con especial interés en dinámica continua; el reducido grupo con énfasis en dinámica discreta estaban en la UCLA y USB. Los matemáticos que conformaron esos grupos tenían formación doctoral en instituciones de Alemania, Estados Unidos, Francia, Hungría, Inglaterra y Unión Soviética, a excepción de dos de ellos que se doctoraron en un extinto programa que hubo en la Universidad de Carabobo (UC) mediante convenios con universidades españolas y estadounidenses. En esta etapa inicial mencionamos, seguramente olvidando otros, a: José Aguilera, Jorge Guiñez, Jorge Lewowicz, Eduardo Lima de Sá, Marcos Lizana, Raúl Manásevich, Leonardo Mendoza, Guillermo Miranda, Ramón Mogollón, Francisco Montes de Oca, Raúl Naulin, Jesús Rivero, Domingo Rueda, Peter Seibert, Antonio Tineo, Juan Tolosa, Ennodio Torres. A título personal nos gustaría destacar a Jorge Lewowicz (1937 – 2014), Leonardo Mendoza y Antonio Tineo como líderes académicos en la conformación de importantes escuelas de sistemas dinámicos en la USB, UCLA y ULA, respectivamente. En esta etapa se realizó en Caracas la única (hasta ahora) edición de la Escuela Latinoamericana de Matemáticas (ELAM), uno de los más importantes eventos matemáticos en América Latina y el Caribe. La ELAM incluyó cursos y conferencias, proferidas por matemáticos de reconocido prestigio internacional, donde fueron tratados temas de investigación en sistemas dinámicos que estaban siendo desarrollados a nivel mundial.

La segunda oleada de matemáticos con conformación doctoral en sistemas dinámicos tuvo en muy buen grado el empuje, la motivación y el estímulo de quienes fueron sus profesores durante la primera etapa en programas nacionales de licenciatura y postgrado. Atados a los datos, seguramente incompletos, que la memoria proporciona mencionamos en este grupo de dinamicistas a: Antonio Acosta, Carlos Álvarez, Jorge Campos, Mario Cavani, Wilmer Colmenárez, Cosme Duque, Jacques Laforgue, Teodoro Lara, Luis Leal, Hugo Leiva, Cristina Lizana, José Martín, Alexander Mendoza, Leonardo Mora, Sergio Muñoz, Víctor Padrón, Liliana Pérez, Vinicios Ríos, Neptalí Romero, Sael Romero, Fernando Sánchez, José Sánchez, Víctor Sirvent, Zoraida Sivoli, Vianey Villamizar, Ramón Vivas. La formación doctoral de este nuevo grupo proviene de instituciones en Brasil, Estados Unidos, Francia, Hungría, Inglaterra y Venezuela. En este segundo lapso los interesados en dinámica continua siguió prevaleciendo en número, aunque la cantidad de doctores con intereses en el estudio de la dinámica discreta tuvo un crecimiento considerable; los seminarios en sistemas dinámicos se consolidaron en Barquisimeto, Mérida y Caracas, lo que en cierta fueron parte del impulso para la creación de nuevos programas doctorales en Barquisimeto, Mérida y Cumaná; varios de los integrantes de este nuevo grupo de matemáticos fueron galardonados con reconocimientos por parte de instituciones como Conicit y Fundación Empresas Polar. Durante esta etapa se realizaron en el país algunos eventos científicos de carácter internacional en sistemas dinámicos y ecuaciones diferenciales, también se consolida la creación de la Asociación Matemática Venezolana con capítulos en el Zulia, los Andes, en centro occidente, región capital y oriente del país; su finalidad, como organismo de carácter científico y sin fines de lucro, es la de trabajar por el desarrollo de la matemática en Venezuela.

En ambas etapas los actores involucrados llevaron a efecto actividades naturales de orden académico y científico en el país: creación y fortalecimiento de los postgrados en matemáticas en el país, de hecho se iniciaron postgrados de matemáticas a nivel doctoral en UCLA, UDO y ULA; realización de seminarios, así como la organización y participación en eventos nacionales que incluían temas propios de la dinámica continua y discreta, vale mencionar: TForMa (Talleres de Formación Matemática), Escuela Venezolana de Matemáticas y Jornadas Venezolana de Matemáticas.

Perogrulladas y desiderátum

Lamentablemente en la actualidad, debido a los efectos devastadores de la crisis que arropa al país, el número de matemáticos de notables credenciales académicas y científicas ha sufrido una merma muy importante; de ello no escapa el conjunto de aquellos que hemos llamado dinamicistas. Esta mengua atenta contra el sostenimiento de programas nacionales destinados a la formación de científicos para el país y desdibuja posibles y valiosas aristas mediante las cuales se pueden establecer conexiones simbióticas entre la matemática y otras parcelas de la ciencia; de hecho varios de los programas de postgrado en matemática están técnica paralizados; los seminarios en sistemas dinámicos que otrora vieron su consolidación han cesado con la excepción de uno muy modesto que aún se realiza semanalmente en Barquisimeto; eventos como la Escuela Venezolana de Matemáticas y las Jornadas Venezolanas de Matemáticas, tras más de treinta años de realización periódica anual se vieron interrumpidos desde 2019, felizmente en noviembre de 2022 se lograron reactivar las Jornadas de Matemáticas, evento que contó con el esfuerzo conjunto de la Asociación Matemática Venezolana y la Facultad de Ciencia y Tecnología de la UC. Igualmente es inocultable el menoscabo que se ha producido en casi cualquier actividad científica en el país. Con este lastimoso saldo, distintas tareas deben ser emprendidas para dar solución a lo que debe ser considerado como un problema de estado: resarcir los daños que han afectado seriamente la casi totalidad de las competencias científicas en Venezuela, ello demandará décadas y requerirá del esfuerzo y aporte mancomunado de diversos entes nacionales públicos y privados. Para esto es necesario tener como punto de partida el entendimiento y cumplimiento de lo establecido en la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela en su Artículo 110: “*El Estado reconocerá el interés público de la ciencia, la tecnología, el conocimiento, la innovación y sus aplicaciones y los servicios de información necesarios por ser instrumentos fundamentales para el desarrollo económico, social y político del país, así como para la seguridad y soberanía nacional. El Estado destinará recursos suficientes y creará el sistema nacional de ciencia y tecnología de acuerdo con la ley. El sector privado deberá aportar recursos para las mismas. El Estado garantizará el cumplimiento de los principios éticos y legales que deben regir las actividades de investigación científica, humanística y tecnológica. La ley determinará los modos y medios para dar cumplimiento a esta garantía.*”

Referencias

1. Philip Holmes. *Poincaré, Celestial Mechanics, Dynamical Systems Theory and Chaos*. Physics Report, **193 (3)**, 137 – 163 (1990).
2. Philip Holmes. *Ninety plus Thirty years of Nonlinear Dynamics: Less is More and More is Different*. International Journal of Bifurcations and Chaos. Vol. **15**, No. **9** (2005) 2703 – 2716.
3. Noël Bonneuil. *The Mathematics of Time in History*. History and Theory, Theme Issue **49** (December 2010), 28 – 46.
4. Miguel Ángel Fernández Sanjuán. *Dinámica No Lineal, Teoría del Caos y Sistemas Complejos: una perspectiva histórica*. Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (España), Vol. **109**, No. **1-2**, 107 – 126, 2016.

NOTA: Toda la información que se brinda en este artículo es de carácter investigativo y con fines académicos y de actualización para estudiantes y profesionales de la salud. En ningún caso es de carácter general ni sustituye el asesoramiento de un médico. Ante cualquier duda que pueda tener sobre su estado de salud, consulte con su médico o especialista.